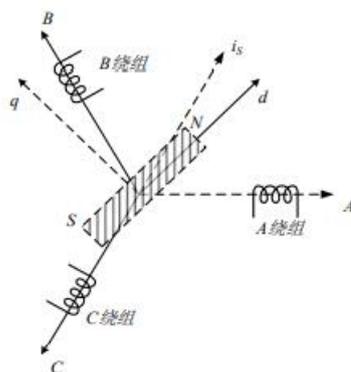


1 无刷直流电机的基本原理与控制策略

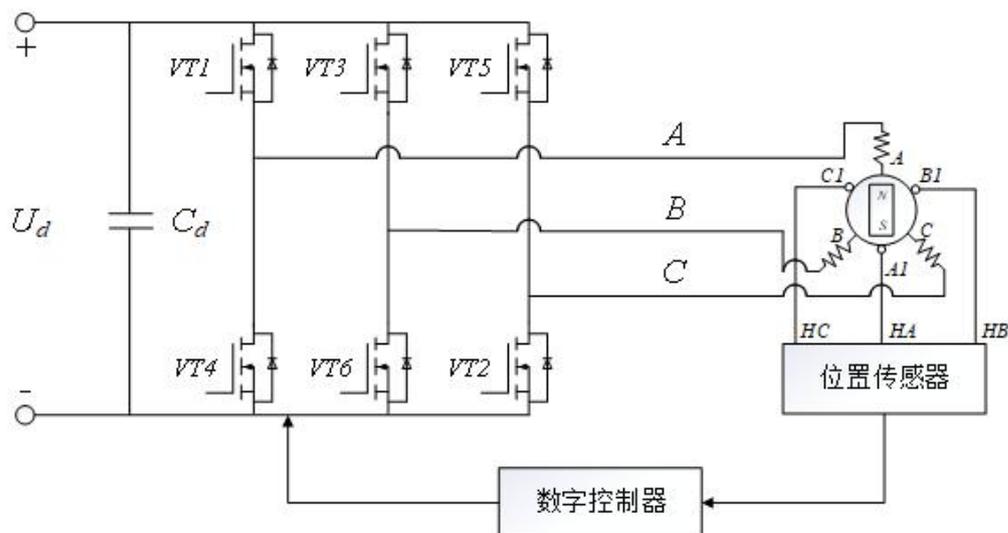
在提高效率同时又能降低系统成本的方法是推动改进现有电机控制技术的两个主要因素。现有的控制技术主要有梯形控制、标量控制和磁场定向控制等。无刷直流电机的数学模型对电机的控制有着极大意义，是完成无刷直流电机控制理论的基础^[9]。

1.1 BLDC 的工作原理

永磁转子和定子绕组这两个部分是构成无刷直流电机的两个关键部分。如图 2.1 所示。如果直接对无刷直流电机固定两相施加电压，进而间接对无刷直流电机固定的两相施加电流，那么此时无刷直流电机的定子的磁场方向并不会发生变化，无刷直流电机的永磁体转子的受力方向也不会发生变化，如此无传感器无刷直流电机就不会发生旋转，其消耗的电能便不能转换为机械能形式，而是以热量的形式消耗在电机的内阻上，此时如果电机所通过的电流过大，还会对无刷直流电机造成破坏性的影响。如果要使无刷直流电机发生旋转就需要使其定子能够根据当前转子位置产生方向均匀的旋转磁场，在定子磁场的作用下转子跟随定子磁场旋转，即必须得到电机转子的实时位置，并在不同相施加对应电流、以产生旋转磁场^[1]。

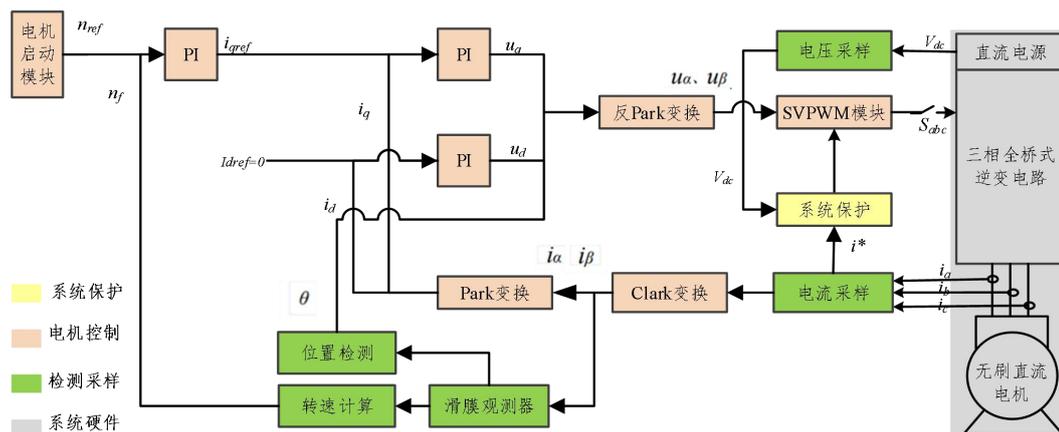


如图 2.2 示，无刷直流电机可以通过一组开关管组成的逆变器实现换相操作，由于没有传感器，需要通过电流采样来获取无刷直流电机的转子的位置信息，进而根据转子位置进行开关控制，最后实现换相操作。



1.2 FOC 控制基本原理

如图 2.3 所示的无刷直流电机控制系统系统为 BLDC 的 FOC 矢量控制系统。



整体流程：

1. 首先对三相电流进行采样得到 I_A 、 I_B 、 I_C 。
2. 将 I_A 、 I_B 、 I_C 经过 Clarke 变换得到静止坐标系中的 I_α 、 I_β 。
3. 将 I_α 、 I_β 经过 Park 变换后可以得到旋转坐标系中的 I_q 、 I_d 。
4. 再计算 I_q 、 I_d 和其设定值 I_{qs}^* 、 I_{ds}^* 之间的误差。
5. 将上述两误差送入两个 PID 控制器得到输出电压 U_{qs} 、 U_{ds} 。
6. 将 U_{qs} 、 U_{ds} 经过逆 Park 变换以及周期限制得到 U_α 、 U_β 。
7. 使用 U_α 、 U_β 合成电压矢量空间，并将其输入 SVPWM 模块进行调制，经过计算

后输出该时刻三个半桥的状态编码值，该编码值有 (000)、(001)、(010)、(011)、(100)、(101)、(110)、(111) 这八种排列组合。

8. 按照前面的状态编码值，控制 MOS 开关。
9. 循环上述步骤。

以下对 FOC 控制原理进行详细说明。

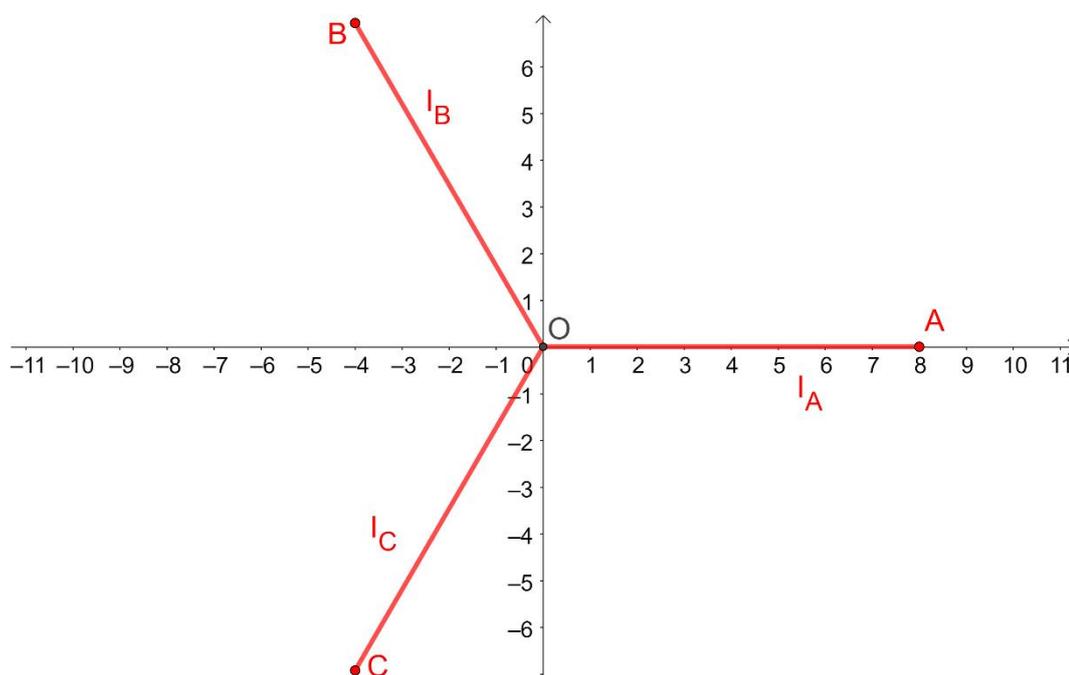
1.2.1 坐标系建立与变换

在 FOC 控制中需要通过把静止的三相坐标系模型转换为旋转的两相坐标模型，进而为矢量控制提供必要的信息，大大简化了控制模型，提高了控制的可行性。

1. Clark 变换

对于无刷直流电机控制，需要将三相静止坐标系中的 I_A 、 I_B 、 I_C 经过 Clarke 变换后得到静止坐标系中的 I_α 、 I_β 。

三相坐标系如图 2.4 所示：



很明显 (I_A, I_B, I_C) 为非正交向量，需要做一个简单的基变换使其正交化为直角坐标系，此直角坐标系命名为 $\alpha - \beta$ 坐标系，其变换公式如式(2.1)：

$$\begin{cases} I_\alpha = I_A - I_B \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - I_C \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ I_\beta = I_B \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - I_C \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (2.1)$$

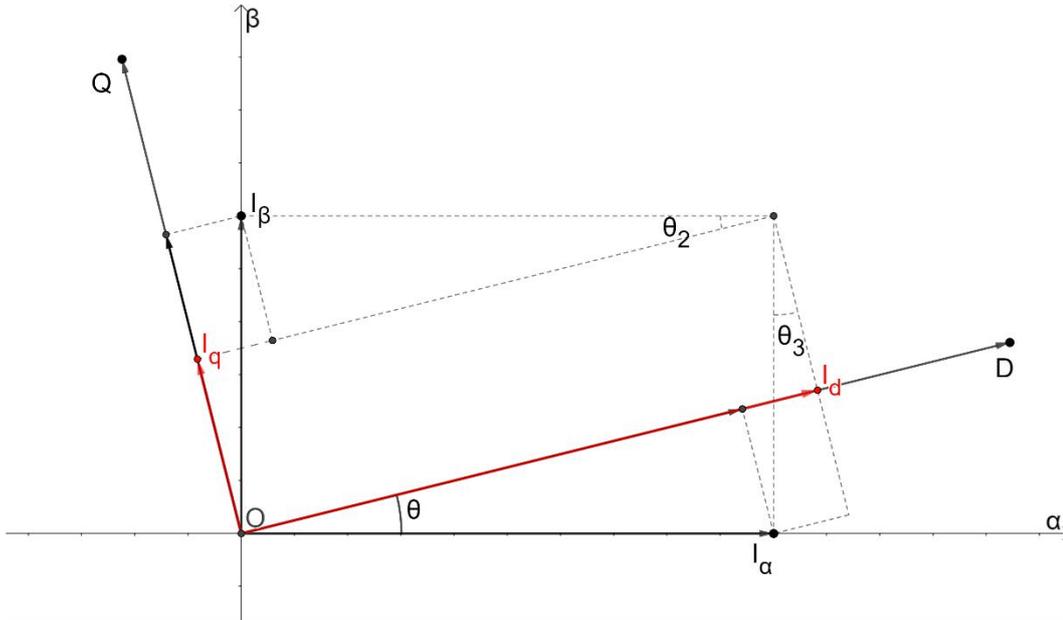
对应到矩阵形式则为：

$$\begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

实际的 I_A 、 I_B 、 I_C 为相位互差 120° 的直流正弦波， I_A 、 I_B 、 I_C 经 Clark 变换后的 I_α 、 I_β 的波形仍然为正弦波形式。

2. Park 变换

如图 2.5 所示，在此假设知道转子的实际位置，并将其位置用角度表示，如果将 $\alpha - \beta$ 坐标系旋转 θ 角度得到旋转的 $d - q$ 坐标系（ θ 为转子角度），则 $d - q$ 坐标系将始终跟着转子角度旋转，并且 $d - q$ 将变为直流。



变换公式如式(2.3)：

$$\begin{cases} I_d = I_\alpha \cos(\theta) + I_\beta \sin(\theta) \\ I_q = -I_\alpha \sin(\theta) + I_\beta \cos(\theta) \end{cases} \quad (2.3)$$

改写成矩阵形式则为：

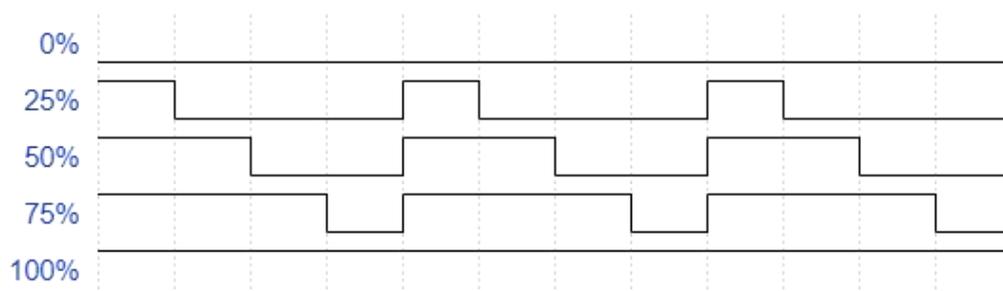
$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

由于 $d - q$ 坐标系跟随转子旋转，因此得到的 I_d, I_q 不再为正弦波形式。

反 Park 变换则是 Park 变换的逆向求解，经过 PID 控制器之后再经过反 Park 变换后得到的 U_α 、 U_β 为正弦波。

1.2.2 空间电压矢量调制 (SVPWM)

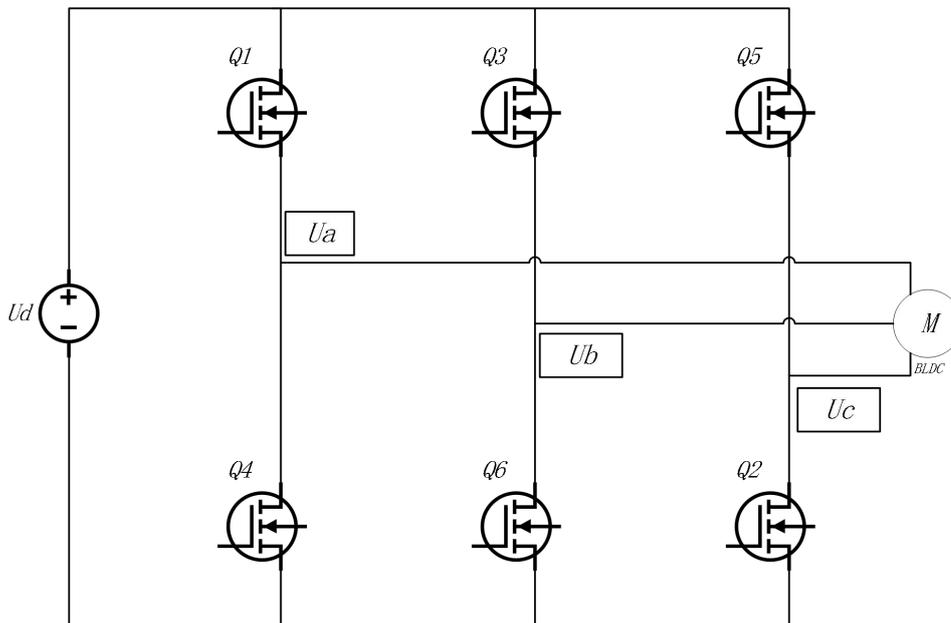
1. PWM 调制技术



其本质是利用面积等效原理来改变波形的有效值。

2. SVPWM 调制技术

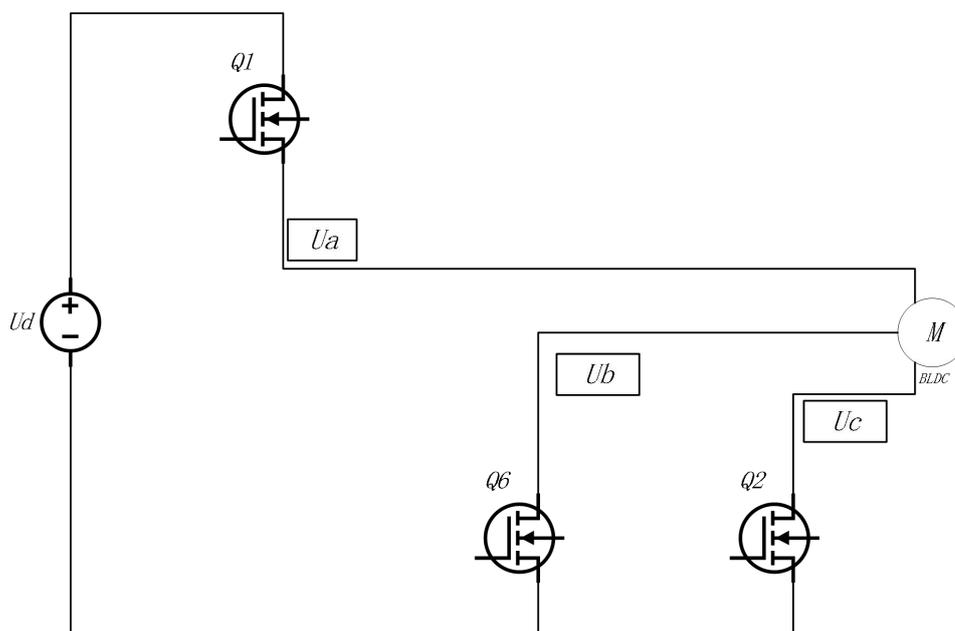
空间电压矢量为控制电机为了表示希望转子旋转到的方向而虚拟出来的一个矢量，三个矢量中任意二个的相角始终相差 120° 。如图 2.10 所示，在每一个扇区内的空间电压矢量都可以用其相邻的两个基础电压矢量来表示，即在一个开关周期之中，通过对基本电压矢量进行各种组合，便可以使其作用值于给定电压矢量等效，如在某时刻当转子到达某个位置，同时通过电流采样计算转子位置进而得到转子位置，此时给定电压矢量便可以由判断得到的扇区内得两个相邻得非零矢量和零矢量在不同时刻作用来得到，即在不同时间上相互组合，使空间电压矢量以接近圆得方式均匀旋转，最后将控制量转换为开关状态输出到逆变器，即产生对应 PWM 波以产生实际的旋转磁场，进而驱动电机发生旋转。



逆变电路由六个开关管组成，定义开关函数 $S_x = (a, b, c)$ （ a 、 b 、 c 分别对应三个半桥）来研究每个半桥不同的开关组合时逆变器输出的空间电压矢量。

$$S_x = \begin{cases} 0 \cdots \text{上半桥臂关闭, 下半桥臂导通} \\ 1 \cdots \text{上半桥臂导通, 下半桥臂关闭} \end{cases} \quad (2.5)$$

则 (S_a, S_b, S_c) 可以产生的空间电压矢量组合一共有八种，其中包含了六个非零电压矢量 $U_1(0,0,1)$ 、 $U_2(0,1,0)$ 、 $U_3(0,1,1)$ 、 $U_4(1,0,0)$ 、 $U_5(1,0,1)$ 、 $U_6(1,1,0)$ 、和两个零电压矢量 $U_0(0,0,0)$ 、 $U_7(1,1,1)$ ，以其中一种空间电压矢量组合的开关状态为例分析^[10]，设 $S_x = (x = a, b, c) = (1,0,0)$ 。则此时的电路进行等效后可以简化为如图 2.8 所示电路：



根据以上简化电路可得如下方程：

$$\begin{cases} U_{ab} = U_d \\ U_{ab} = U_d \\ U_{ab} = U_d \\ U_{aN} - U_{bN} = U_{ab} = U_d \\ U_{aN} - U_{cN} = U_{ac} = U_d \\ U_{aN} + U_{bN} + U_{cN} = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

对于式(2.6)求解可得

$$U_{aN} = \frac{2U_d}{3}, U_{bN} = -\frac{U_d}{3}, U_{cN} = -\frac{U_d}{3} \quad (2.7)$$

同理计算其他组合下空间电压矢量关系如下

矢量符号	S_a	S_b	S_c	线电压			相电压		
				U_{ab}	U_{bc}	U_{ca}	U_{aN}	U_{bN}	U_{cN}
U_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U_4	1	0	0	U_d	0	$-U_d$	$\frac{2U_d}{3}$	$-\frac{U_d}{3}$	$-\frac{U_d}{3}$
U_6	1	1	0	0	U_d	$-U_d$	$\frac{U_d}{3}$	$\frac{U_d}{3}$	$-\frac{2U_d}{3}$
U_2	0	1	0	$-U_d$	U_d	0	$-\frac{U_d}{3}$	$\frac{2U_d}{3}$	$-\frac{U_d}{3}$
U_3	0	1	1	$-U_d$	0	U_d	$-\frac{2U_d}{3}$	$\frac{U_d}{3}$	$\frac{U_d}{3}$

U_1	0	0	1	0	$-U_d$	U_d	$-\frac{U_d}{3}$	$-\frac{U_d}{3}$	$\frac{2U_d}{3}$
U_5	1	0	1	U_d	$-U_d$	0	$\frac{U_d}{3}$	$-\frac{2U_d}{3}$	$\frac{U_d}{3}$
U_7	1	1	1	0	0	0	0	0	0

电压空间矢量的空间位置:

在此引入扇区的概念以更好的解释其工作原理，将平面平分为六个不同扇区。如图 2.10 所示，落在某一个扇区的空间电压矢量的作用效果可以由该扇区边界处的两个基本电压矢量进行矢量合成后的效果代替^[11,12]。在此还需要引入三个变量 A,B,C 对扇区进行确认。并根据给出的待合成空间矢量 U_{ref} 的两个分量 U_α 、 U_β ，来决定 A,B,C 的值，其具体关系如下：

$$A = \begin{cases} 1, U_\beta > 0; \\ 0, U_\beta \leq 0; \end{cases} \quad (2.9)$$

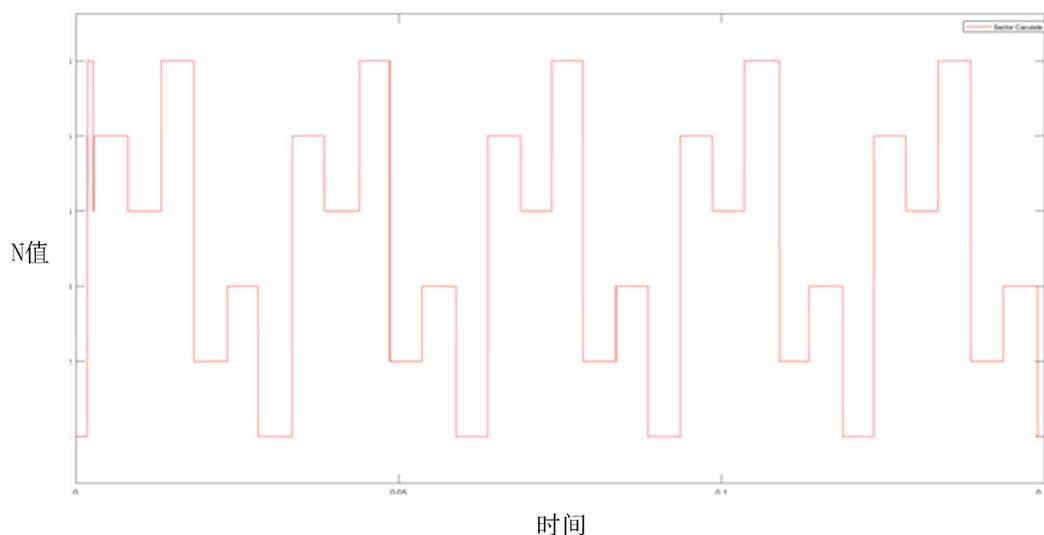
$$B = \begin{cases} 1, \sqrt{3}U_\alpha - U_\beta > 0; \\ 0, \sqrt{3}U_\alpha - U_\beta \leq 0; \end{cases} \quad (2.10)$$

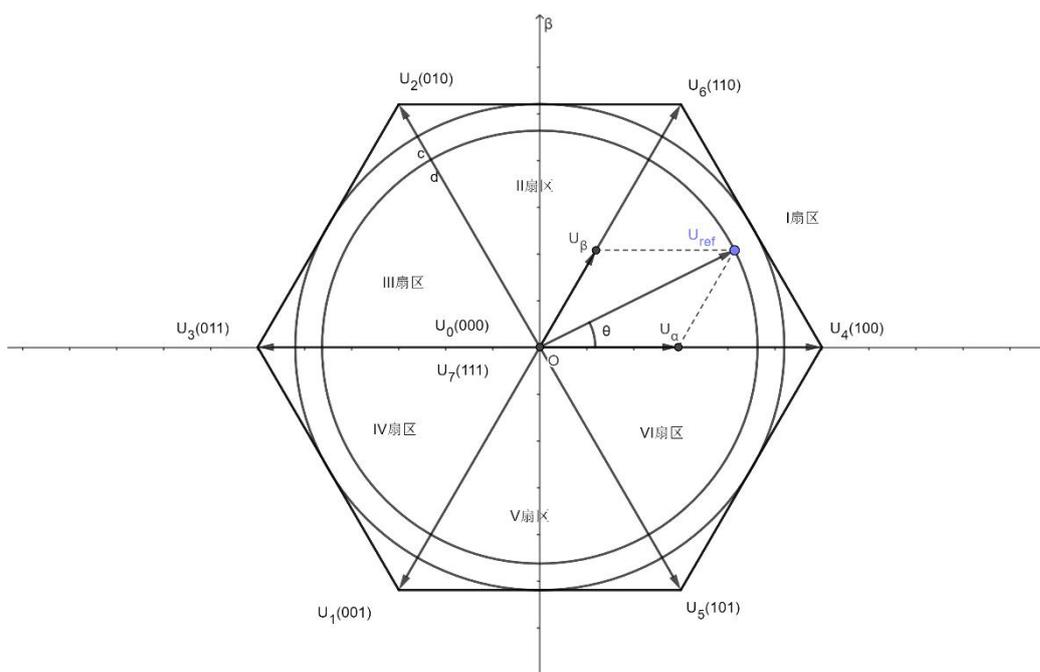
$$C = \begin{cases} 1, -\sqrt{3}U_\alpha - U_\beta > 0; \\ 0, -\sqrt{3}U_\alpha - U_\beta \leq 0; \end{cases} \quad (2.11)$$

由上列关系可以得到所在扇区的位置为 $N = A + 2B + 4C$ 。

扇区号	I	II	III	IV	V	VI
N	3	1	5	4	6	2

在仿真中得到的扇区切换波形如图 2.9:





如图 2.10 所示，在同一时刻由这六个矢量只能产生六个方向的力矩，而 SVPWM 的核心是利平均值等效的原理产生任意方向的旋转矢量，进而产生任意方向的力矩，即使用这 6 个空间电压矢量作为基向量来合成任意的空间电压矢量。根据伏秒平衡的原则可以在每一个扇区选择相邻两个电压矢量和零矢量作为标准空间电压矢量来合成该扇区内所需要的任意空间电压矢量，进而产生旋转的定向磁场，即：

$$\int_0^T U_{ref} dt = \int_0^{T_x} U_x dt + \int_{T_x}^{T_x+T_y} U_y dt + \int_{T_x+T_y}^T U_0^* dt \quad (2.12)$$

上式可以等效为：

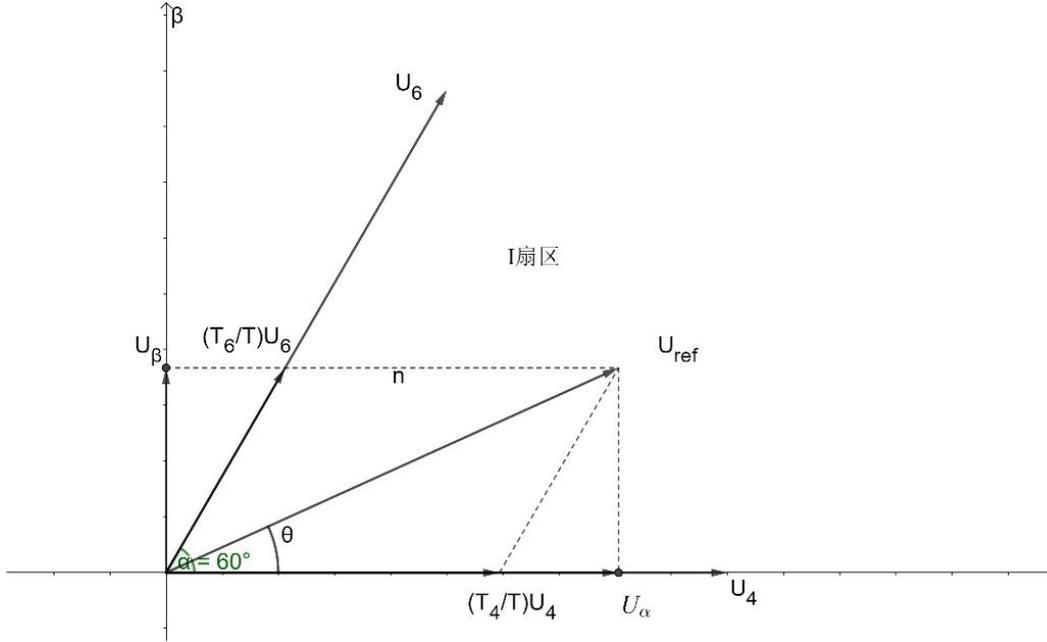
$$U_{ref} * T = U_x * T_x + U_y * T_y + U_0^* * T_y \quad (2.13)$$

SVPWM 法则的推导：

为了将电压旋转平面平等分割成 R 个很小的增量，设给定电压矢量旋转一周的时间 $T = 1/f$ ，角速度 $\omega = 2\pi f$ ，载波频率 f_s ，频率比 $R = f_s/f$ 。则最后便可得到设定电压向量每次增加的 R 个小增量后对应的角度为^[19]：

$$\gamma = 2/R = 2\pi f/f_s = 2T_s/T \quad (2.14)$$

以下以第 I 扇区为例进行推导：



由正弦定理可得：

$$\frac{|U_{ref}|}{\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{|(T_6/T)U_6|}{\sin(\theta)} = \frac{|(T_4/T)U_4|}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)} \quad (2.15)$$

又由 $|U_4| = |U_6| = |U_d|$ ，可计算得到各矢量的状态保持时间为：

$$\begin{cases} T_4 = mT \sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) \\ T_6 = mT \sin(\theta) \end{cases} \quad (2.16)$$

m 为 SVPWM 的调制系数，其中 $m = \sqrt{3}|U_{ref}|/U_d$ 。

由此得到对应的零电压矢量所需的分配时间为 $T_7 = T_0 = (T - T_4 - T_6)/2$ ，其中 $T_7 = T_0$ 是因为此处将 PWM 波形设定为中央对齐模式对称配置零矢量的结果。

虽然通过上述方法可以比较直观的计算出对应电压矢量的作用时间，但是对于控制系统，即计算机系统而言则需要一种规律的计算方式，因此不妨定义如下几个基本的时间变量：

$$\begin{cases} X = \frac{\sqrt{3}U_\beta}{U_d} \times T \\ Y = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}U_\beta + \frac{3}{2}U_\alpha\right)}{U_d} \times T \\ Z = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}U_\beta - \frac{3}{2}U_\alpha\right)}{U_d} \times T \end{cases} \quad (2.17)$$

对于 I 区的另一种解法为

$$\begin{cases} U_\alpha = \frac{T_4}{T} \times U_4 + \frac{1}{2} \times \frac{T_6}{T} \times U_6 \\ U_\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} U_6 \end{cases}$$

其中 $U_4 = U_6 = \frac{2}{3} U_d$, 带入求解得:

$$\begin{cases} T_4 = -\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta - \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} \times T = -Z \\ T_6 = \frac{\sqrt{3} U_\beta}{U_d} \times T = X \end{cases} \quad (2.19)$$

同理对其他扇区求解, 并使用 X, Y, Z 表示则有:

扇区号	N	电压矢量分配时间
I 区	3	$\begin{cases} T_4 = -\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta - \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = -Z \\ T_6 = \frac{\sqrt{3} U_\beta}{U_d} \times T = X \end{cases}$
II 区	1	$\begin{cases} T_2 = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta - \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = Z \\ T_6 = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta + \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = Y \end{cases}$
III 区	5	$\begin{cases} T_2 = \frac{\sqrt{3} U_\beta}{U_d} \times T = X \\ T_3 = -\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta + \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = -Y \end{cases}$
IV 区	4	$\begin{cases} T_1 = -\frac{\sqrt{3} U_\beta}{U_d} \times T = -X \\ T_3 = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta - \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = Z \end{cases}$
V 区	6	$\begin{cases} T_1 = -\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta + \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = -Y \\ T_5 = -\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta - \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = -Z \end{cases}$
VI 区	2	$\begin{cases} T_4 = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta + \frac{3}{2} U_\alpha\right)}{U_d} = Y \\ T_5 = -\frac{\sqrt{3} U_\beta}{U_d} \times T = -X \end{cases}$

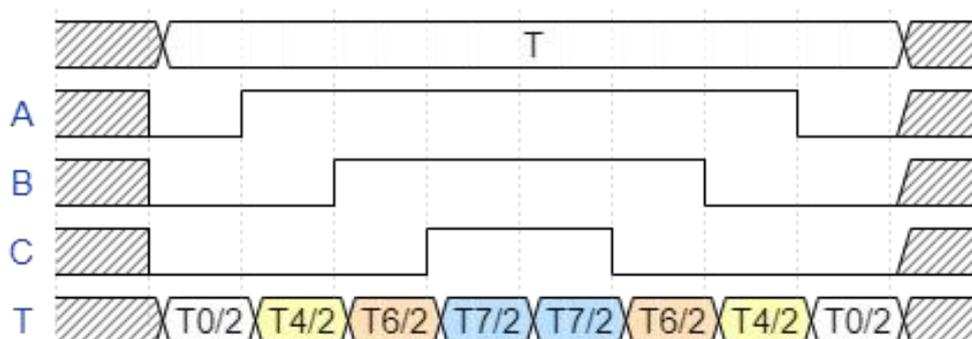
N	1	2	3	4	5	6
Tx	Z	Y	-Z	-X	X	-Y
Ty	Y	-X	X	Z	-Y	-Z

因给定电压值过大而导致出现过调制的情况，即 $T_1 + T_2 > T$ 的现象，还需要进行过调制处理，即：

$$\begin{cases} T_1^* = \frac{T_1}{T_1+T_2} \times T \\ T_2^* = \frac{T_2}{T_1+T_2} \times T \end{cases} \quad (2.20)$$

对于 FOC 控制过程中，计算出 U_4 、 U_6 、 U_7 及 U_0 替代 U_{ref} 的持续作用时间后，下一步便是如何产生脉宽调制波形。在实际的调制过程中，SVPWM 脉宽调制要求需要尽可能避免电流较大时的开关动作，而此时选择合适的零电压矢量，将可以保证最大程度地减少开关次数，从而最大程度地减少开关管的开关损耗。如果一个周期中空间矢量在不同的时间刻度发生作用，便在时间刻度上构成了一个空间矢量序列，该序列最终可以有多种组合形式。常用的序列有 5 段式 SVPWM 和 7 段式 SVPWM，由于 7 段式 SVPWM 加入了零电压向量，使得切换更加平滑，同时还极大的降低了谐波的产生，以及减小了开关损耗，下面简要说明 7 段式 SVPWM 序列。

7 段式 SVPWM 序列中，每次改变状态都只有一个相发生改变，以此来尽可能的减少 MOS 的开关次数。如 $U_4(1,0,0)$ 切换到 $U_6(1,1,0)$ 就只需要改变 B 相 MOS 管的开关状态，以此类推，如在 I 区则可以按 $U_0(0,0,0) \rightarrow U_4(1,0,0) \rightarrow U_6(1,1,0) \rightarrow U_7(1,1,1) \rightarrow U_7(1,1,1) \rightarrow U_6(1,1,0) \rightarrow U_4(1,0,0) \rightarrow U_0(0,0,0)$ 的方式切换，这一个完整周期内产生的波形如图 2.12。

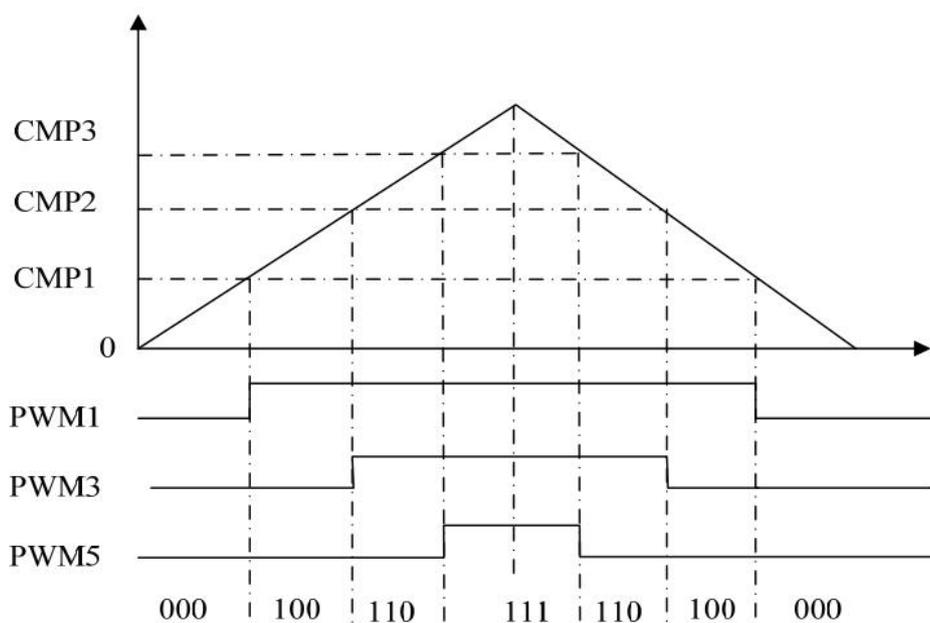


同理我们可以列出开关切换顺序和其转子所在扇区之间的关系：

U_{ref} 所在扇区	开关切换顺序
I 扇区 ($0^\circ < \theta < 60^\circ$)	...0-4-6-7-7-6-4-0...
II 扇区 ($60^\circ < \theta < 120^\circ$)	...0-2-6-7-7-6-2-0...

III扇区($120^\circ < \theta < 180^\circ$)	...0-2-3-7-7-3-2-0...
IV扇区($180^\circ < \theta < 240^\circ$)	...0-1-3-7-7-3-1-0...
V扇区($240^\circ < \theta < 300^\circ$)	...0-1-5-7-7-5-1-0...
VI扇区($300^\circ < \theta < 360^\circ$)	...0-4-5-7-7-5-4-0...

至此 SVPWM 计算出了每一个时刻所需要的空间电压矢量以及他们的持续时间,因此此时只需要将这些值赋给相应定时器通道的比较寄存器即可产生对应的 PWM 波形。



实际仿真得到的 SVPWM 波形如图 2.14, 三相电流波形如图 2.15:

